Soit pour tout : $n \in \mathbb{N}^*$; $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^n(x)}{\cos(x)}\, dx$.

1. Montrer que la suite (I_n) est décroissante.

2. a) pour tout : $n \in \mathbb{N}^*$, calculer $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x . \sin^n(x)\, dx$

b) En déduire que pour tout : $n \in \mathbb{N}^*$; $I_{n+2} - I_n = -\frac{1}{n+1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n+1}$.

3. a) Montrer que pour tout : $n \in \mathbb{N}^*$; $0 \le I_n \le \frac{2\pi}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$.

b) En déduire la limite de (I_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn